Devoir blanc n°1

Classe de Seconde – Chapitre 1 : Nombres réels

Durée : 1 h 30 – Calculatrice autorisée – Barème sur 20

Nom : . . . . . Prénom : . . . . . Classe :207 . . . . Date : Lundi 2 novembre 2026

Toutes les réponses doivent être justifiées. La clarté et la précision de la rédaction seront valorisées.

Exercice 1 *(3 points)*

Pour chacun des nombres suivants, donner le plus petit ensemble parmi $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$ auquel il appartient. Justifier.

a) $\dfrac{-12}{4}$ *(0,5 pt)*

b) $\dfrac{7}{20}$ *(0,5 pt)*

c) $\dfrac{5}{9}$ *(0,5 pt)*

d) $\sqrt{81}$ *(0,5 pt)*

e) $\sqrt{7}$ (on admet que $\sqrt{7}$ n'est pas un nombre rationnel) *(0,5 pt)*

f) $(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})$ *(0,5 pt)*

Exercice 2 *(4 points)*

1. Donner les nombres A et B sous forme de fractions irréductibles :

$$A = \frac{5}{6} - \frac{3}{4} \times \frac{2}{9} \qquad \text{et} \qquad B = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{\frac{1}{4} - \frac{1}{6}}.$$

(1 pt + 1 pt)

2. Écrire $C = \dfrac{2^3 \times 9^2}{6^4}$ sous forme d'une fraction irréductible. *(1 pt)*

3. Donner l'écriture scientifique de $G = \dfrac{3 \times 10^5 \times 4 \times 10^{-8}}{6 \times 10^{-2}}$. *(1 pt)*

Exercice 3 *(4 points)*

1. a) Écrire $\sqrt{72}$ sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont des entiers et b le plus petit possible. *(0,5 pt)*

   b) Simplifier $H = \sqrt{50} - 3\sqrt{8} + \sqrt{32}$ (écrire H sous la forme $a\sqrt{2}$). *(1 pt)*

2. a) Développer et réduire $\left(3+\sqrt{5}\right)^2$. *(0,5 pt)*

   b) Calculer $\left(3+\sqrt{5}\right)\left(3-\sqrt{5}\right)$. *(0,5 pt)*

3. En utilisant la question 2.b), écrire $\dfrac{4}{3+\sqrt{5}}$ sans radical au dénominateur. *(1 pt)*

4. Sans calculatrice, comparer $3\sqrt{2}$ et $2\sqrt{5}$. *(0,5 pt)*

Exercice 4 *(4 points)*

1. a) Écrire sous forme d'intervalle : $-2 \leqslant x < 5$. *(0,25 pt)*

b) Écrire sous forme d'intervalle : $x > -1$. *(0,25 pt)*

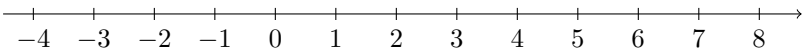
c) Écrire sous forme d'inégalité : $x \in]-\infty\,;\,3]$. *(0,25 pt)*

d) Écrire sous forme d'inégalité : $x \in [-3\,;\,0[$. *(0,25 pt)*

2. On considère $A = [-3\,;\,4[$ et $B =]1\,;\,7]$.

a) Représenter A et B sur la droite graduée ci-dessous. *(0,5 pt)*

b) Déterminer $A \cap B$ et $A \cup B$. *(1 pt)*



3. On considère $C =]-\infty\,;\,2[$ et $D = [-1\,;\,5]$. Déterminer $C \cap D$ et $C \cup D$. *(1 pt)*

4. Résoudre l'inéquation $3 - 2x \geqslant 1$ et écrire l'ensemble des solutions sous forme d'intervalle. *(0,5 pt)*

Exercice 5 *(3 points)*

1. Écrire sans le symbole valeur absolue (en justifiant) :

a) $|\pi - 4|$ *(0,5 pt)*

b) $|\sqrt{10} - 3|$ *(0,5 pt)*

2. En interprétant $|x - a|$ comme une distance sur la droite graduée, résoudre dans $\mathbb{R}$ et donner l'ensemble des solutions sous forme d'intervalle ou de réunion d'intervalles :

a) $|x - 3| = 5$ *(0,5 pt)*

b) $|x + 1| \leqslant 2$ *(0,75 pt)*

c) $|x - 4| > 1$ *(0,75 pt)*

Exercice 6 *(2 points)*

On donne l'encadrement $1{,}414 < \sqrt{2} < 1{,}415$.

1. En déduire un encadrement de $3\sqrt{2}$. *(1 pt)*

2. En déduire l'arrondi au centième de $3\sqrt{2}$. *(1 pt)*

Question bonus *(hors barème)*

Le but est de démontrer que $\sqrt{2}$ n'est pas un nombre rationnel.

1. Montrer que le carré d'un entier impair est impair. En déduire que si n^2 est pair (avec n entier), alors n est pair.

2. Supposons que $\sqrt{2} = \dfrac{p}{q}$, où p et q sont des entiers naturels non nuls et la fraction $\dfrac{p}{q}$ est irréductible. Montrer que $p^2 = 2q^2$, puis que p est pair.

3. Écrire $p = 2k$ avec k entier. Montrer que q est pair, puis conclure.

Corrigé du devoir surveillé n°1

Classe de Seconde – Chapitre 1 : Nombres réels

Exercice 1 *(3 points)*

a) $\dfrac{-12}{4} = -3$: c'est un entier négatif, donc il appartient à $\mathbb{Z}$ mais pas à $\mathbb{N}$. Plus petit ensemble : $\mathbb{Z}$. *(0,5 pt)*

b) $\dfrac{7}{20} = \dfrac{35}{100} = 0{,}35$: nombre décimal non entier. Plus petit ensemble : $\mathbb{D}$. *(0,5 pt)*

c) $\dfrac{5}{9} = 0{,}555\ldots$: la fraction est irréductible et $9 = 3^2$ n'est pas de la forme 2^a5^b, donc $\dfrac{5}{9}$ n'est pas décimal. C'est un rationnel. Plus petit ensemble : $\mathbb{Q}$. *(0,5 pt)*

d) $\sqrt{81} = 9$ car $9^2 = 81$ et $9 > 0$. Plus petit ensemble : $\mathbb{N}$. *(0,5 pt)*

e) $\sqrt{7}$ est irrationnel (admis). Plus petit ensemble : $\mathbb{R}$. *(0,5 pt)*

f) $(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2}) = 1^2 - \left(\sqrt{2}\right)^2 = 1 - 2 = -1$. Plus petit ensemble : $\mathbb{Z}$. *(0,5 pt)*

Exercice 2 *(4 points)*

1.
$$A = \frac{5}{6} - \frac{3\times 2}{4\times 9} = \frac{5}{6} - \frac{6}{36} = \frac{5}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}.$$
(1 pt)

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}, \qquad \frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{3}{12} - \frac{2}{12} = \frac{1}{12},$$
$$B = \frac{5}{6} \div \frac{1}{12} = \frac{5}{6} \times 12 = \frac{60}{6} = 10.$$
(1 pt)

2. $9^2 = (3^2)^2 = 3^4$ et $6^4 = (2\times 3)^4 = 2^4 \times 3^4$, donc
$$C = \frac{2^3 \times 3^4}{2^4 \times 3^4} = \frac{1}{2}.$$
(1 pt)

3. Numérateur : $3 \times 4 \times 10^5 \times 10^{-8} = 12 \times 10^{-3}$. Donc
$$G = \frac{12 \times 10^{-3}}{6 \times 10^{-2}} = \frac{12}{6} \times 10^{-3-(-2)} = 2 \times 10^{-1}\ (= 0{,}2).$$
(1 pt)

Exercice 3 *(4 points)*

1. a) $\sqrt{72} = \sqrt{36\times 2} = \sqrt{36} \times \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$. *(0,5 pt)*

   b) $\sqrt{50} = \sqrt{25\times 2} = 5\sqrt{2}$, $\sqrt{8} = \sqrt{4\times 2} = 2\sqrt{2}$, $\sqrt{32} = \sqrt{16\times 2} = 4\sqrt{2}$. Donc
$$H = 5\sqrt{2} - 3\times 2\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = (5 - 6 + 4)\sqrt{2} = 3\sqrt{2}.$$
(1 pt)

2. a) $\left(3+\sqrt{5}\right)^2 = 3^2 + 2\times 3\times \sqrt{5} + \left(\sqrt{5}\right)^2 = 9 + 6\sqrt{5} + 5 = 14 + 6\sqrt{5}$. *(0,5 pt)*

b) $\left(3+\sqrt{5}\right)\left(3-\sqrt{5}\right) = 3^2 - \left(\sqrt{5}\right)^2 = 9-5 = 4.$ *(0,5 pt)*

3. D'après 2.b), $\left(3+\sqrt{5}\right)\left(3-\sqrt{5}\right) = 4$. On multiplie le numérateur et le dénominateur par $3-\sqrt{5}$:

$$\frac{4}{3+\sqrt{5}} = \frac{4\left(3-\sqrt{5}\right)}{\left(3+\sqrt{5}\right)\left(3-\sqrt{5}\right)} = \frac{4\left(3-\sqrt{5}\right)}{4} = 3-\sqrt{5}.$$

(1 pt)

4. $3\sqrt{2}$ et $2\sqrt{5}$ sont positifs, donc ils sont rangés comme leurs carrés : $\left(3\sqrt{2}\right)^2 = 9\times 2 = 18$ et $\left(2\sqrt{5}\right)^2 = 4\times 5 = 20$. Comme $18<20$, on a $3\sqrt{2} < 2\sqrt{5}$. *(0,5 pt)*

Exercice 4 *(4 points)*

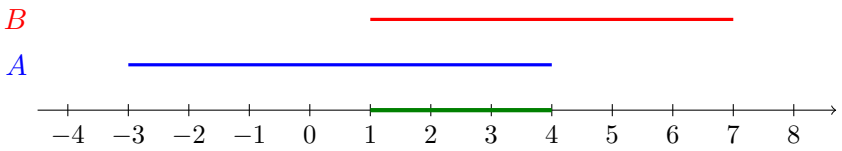
1. a) $-2 \leqslant x < 5 \iff x \in [-2\,;\,5[$. *(0,25 pt)*

   b) $x > -1 \iff x \in]-1\,;\,+\infty[$. *(0,25 pt)*

   c) $x \in]-\infty\,;\,3] \iff x \leqslant 3$. *(0,25 pt)*

   d) $x \in [-3\,;\,0[\iff -3 \leqslant x < 0$. *(0,25 pt)*

2. a) Représentation : A en bleu, B en rouge, $A\cap B$ en vert sur l'axe. *(0,5 pt)*



   b) Les nombres appartenant à la fois à A et à B sont ceux vérifiant $1 < x < 4$ ($1 \notin B$ et $4 \notin A$) ; ceux appartenant à A ou à B vont de -3 (inclus) à 7 (inclus), sans trou car $4 \in B$:

$$A\cap B =]1\,;\,4[\,, \qquad A\cup B = [-3\,;\,7]\,.$$

(1 pt)

3. $C\cap D = [-1\,;\,2[$ (on garde les nombres x tels que $-1 \leqslant x < 2$) et $C\cup D =]-\infty\,;\,5]$. *(1 pt)*

4. $3-2x \geqslant 1 \iff -2x \geqslant -2 \iff x \leqslant 1$ (on divise par $-2<0$, donc on change le sens de l'inégalité). $S =]-\infty\,;\,1]$. *(0,5 pt)*

Exercice 5 *(3 points)*

1. a) $\pi < 4$ donc $\pi - 4 < 0$ et $|\pi-4| = -(\pi-4) = 4-\pi$. *(0,5 pt)*

   b) $9<10$ donc $3<\sqrt{10}$, d'où $\sqrt{10}-3>0$ et $|\sqrt{10}-3| = \sqrt{10}-3$. *(0,5 pt)*

2. a) $|x-3| = 5$ signifie que la distance entre x et 3 vaut 5 : $x = 3-5 = -2$ ou $x = 3+5 = 8$. $S = \{-2\,;\,8\}$. *(0,5 pt)*

   b) $|x+1| = |x-(-1)| \leqslant 2$ signifie que la distance entre x et -1 est inférieure ou égale à 2 : $-1-2 \leqslant x \leqslant -1+2$, soit $S = [-3\,;\,1]$. *(0,75 pt)*

   c) $|x-4| > 1$ signifie que la distance entre x et 4 est strictement supérieure à 1 : $x<3$ ou $x>5$. $S =]-\infty\,;\,3[\cup]5\,;\,+\infty[$. *(0,75 pt)*

Exercice 6 *(2 points)*

1. On multiplie les trois membres de l'encadrement par $3 > 0$:

$$3 \times 1{,}414 < 3\sqrt{2} < 3 \times 1{,}415 \quad \text{soit} \quad 4{,}242 < 3\sqrt{2} < 4{,}245.$$

(1 pt)

2. On a $4{,}235 \leqslant 4{,}242 < 3\sqrt{2} < 4{,}245$, donc $3\sqrt{2}$ est plus proche de 4,24 que de 4,23 ou de 4,25 : l'arrondi au centième de $3\sqrt{2}$ est 4,24. *(1 pt)*

Question bonus *(hors barème)*

1. Un entier impair s'écrit $n = 2k + 1$ avec k entier, et

$$n^2 = 4k^2 + 4k + 1 = 2\left(2k^2 + 2k\right) + 1,$$

qui est impair. Par contraposée : si n^2 est pair, alors n n'est pas impair, donc n est pair.

2. Si $\sqrt{2} = \dfrac{p}{q}$, alors $2 = \dfrac{p^2}{q^2}$, donc $p^2 = 2q^2$. Ainsi p^2 est pair, donc p est pair d'après la question 1.

3. On écrit $p = 2k$: $(2k)^2 = 2q^2$, soit $4k^2 = 2q^2$, d'où $q^2 = 2k^2$. Ainsi q^2 est pair, donc q est pair. Les entiers p et q sont tous deux pairs : la fraction $\dfrac{p}{q}$ n'est pas irréductible (on peut simplifier par 2), ce qui contredit l'hypothèse. Donc $\sqrt{2}$ n'est pas rationnel.