Lycée Français International Louis-Massignon

Première Spé. Maths annés scolaire 2026/2027

Nom et prénom : ..... **Classe :** .....

Exercice 1 : Automatismes (QCM) (4 points)

Pour chaque question, une seule réponse est exacte. Recopier le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

1. La forme développée de $(5x-2)^2$ est :

   a. $25x^2-4$
   b. $25x^2-10x+4$
   c. $25x^2-20x+4$
   d. $5x^2-20x+4$

2. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x)=3(x-1)^2-2.$$

   Un seul des points suivants appartient à sa courbe représentative. Lequel ?

   a. $A(1\,;2)$
   b. $B(0\,;1)$
   c. $C(-1\,;-2)$
   d. $D(2\,;-1)$

3. L'ensemble des solutions dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation $x^2\leq 25$ est :

   a. $[-5\,;5]$
   b. $]-\infty\,;5]$
   c. $\{-5\,;5\}$
   d. $]-\infty\,;-5]\cup[5\,;+\infty[$

4. On note S la somme et P le produit des solutions de l'équation $x^2+3x-10=0$. Alors :

   a. $S=3$ et $P=-10$
   b. $S=-3$ et $P=10$
   c. $S=-3$ et $P=-10$
   d. $S=3$ et $P=10$

Exercice 2 : Étude d'une fonction du second degré (6 points)

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = -x^2 + 4x + 5,$$

et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère.

1. Déterminer les racines de f.

2. En déduire la forme factorisée de $f(x)$.

3. Déterminer la forme canonique de $f(x)$.

4. Dresser le tableau de variations de f et donner les coordonnées du sommet de la parabole $\mathcal{C}_f$.

5. Dresser le tableau de signes de $f(x)$.

6. Étudier la position relative de $\mathcal{C}_f$ et de la droite $\mathcal{D}$ d'équation $y = 2x + 5$.

Exercice 3 : Équations et inéquations(4 points)

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :

1.
$$2x^2 = 9x$$

2.
$$\frac{x^2 - 2x - 8}{x + 3} \leq 0$$

3.
$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

On pourra poser $X = x^2$.

Exercice 4 : Équation à paramètre

On considère l'équation (E_m) :

$$x^2 + 8x + m = 0,$$

où m est un nombre réel.

1. Exprimer le discriminant Δ de (E_m) en fonction de m.

2. Selon les valeurs de m, déterminer le nombre de solutions réelles de (E_m).

"'latex

Exercice 1 : Automatismes (QCM)

1. La forme développée de $(5x-2)^2$ est :

$$(5x-2)^2 = (5x)^2 - 2 \times 5x \times 2 + 2^2$$

$$\boxed{(5x-2)^2 = 25x^2 - 20x + 4}$$

   Réponse : **c**.

2. On a :

$$f(x) = 3(x-1)^2 - 2.$$

   Calculons $f(0)$:

$$f(0) = 3(0-1)^2 - 2 = 3 - 2 = 1.$$

   Ainsi, le point $B(0\,;1)$ appartient à la courbe représentative de f.

   Réponse : **b**.

3. Résolvons l'inéquation :

$$x^2 \leq 25 \iff |x| \leq 5 \iff -5 \leq x \leq 5.$$

   L'ensemble des solutions est :

$$\boxed{S = [-5\,;5]}$$

   Réponse : **a**.

4. Pour l'équation $x^2 + 3x - 10 = 0$, les relations entre les racines donnent :

$$S = -\frac{b}{a} = -3, \qquad P = \frac{c}{a} = -10.$$

   Réponse : **c**.

Exercice 2 : Étude d'une fonction du second degré

On considère la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = -x^2 + 4x + 5.$$

1. **Détermination des racines**

   Résolvons l'équation $f(x) = 0$:

   $$-x^2 + 4x + 5 = 0 \iff x^2 - 4x - 5 = 0.$$

   Le discriminant est :

   $$\Delta = (-4)^2 - 4 \times 1 \times (-5) = 16 + 20 = 36.$$

   Comme $\Delta > 0$, l'équation possède deux racines réelles distinctes :

   $$x_1 = \frac{4 - \sqrt{36}}{2} = -1, \qquad x_2 = \frac{4 + \sqrt{36}}{2} = 5.$$

   Ainsi :

   $$\boxed{x_1 = -1 \quad \text{et} \quad x_2 = 5}$$

2. **Forme factorisée**

   Les racines étant -1 et 5, on obtient :

   $$f(x) = -\big(x + 1\big)(x - 5).$$

   Donc :

   $$\boxed{f(x) = -(x + 1)(x - 5)}$$

3. **Forme canonique**

   On complète le carré :

   $$f(x) = -x^2 + 4x + 5 = -(x^2 - 4x) + 5.$$

   Or :

   $$x^2 - 4x = (x - 2)^2 - 4.$$

   Par conséquent :

   $$f(x) = -\big((x - 2)^2 - 4\big) + 5$$
   $$f(x) = -(x - 2)^2 + 4 + 5.$$

   La forme canonique est :

   $$\boxed{f(x) = -(x - 2)^2 + 9}$$

4. **Tableau de variations et sommet**

   La forme canonique est :

   $$f(x) = -(x - 2)^2 + 9.$$

   Comme $(x - 2)^2 \geq 0$, on a $f(x) \leq 9$. Le maximum de f est donc 9, atteint pour $x = 2$.
   La fonction est croissante sur $]-\infty\,;2]$, puis décroissante sur $[2\,;+\infty[$.
   Le sommet de la parabole est :

   $$\boxed{S(2\,;9)}$$

   Tableau de variations :

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	9	$\searrow$	$-\infty$

5. **Tableau de signes de $f(x)$**

   La forme factorisée est :

   $$f(x) = -(x+1)(x-5).$$

   Les racines sont -1 et 5. Le coefficient de x^2 est négatif, donc f est positive entre ses racines et négative à l'extérieur.

x	$-\infty$	-1		5	$+\infty$
$x+1$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$x-5$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

   Ainsi :

$$\boxed{\begin{array}{ll} f(x) < 0 & \text{sur }]-\infty\,;-1[\cup]5\,;+\infty[, \\ f(x) = 0 & \text{pour } x = -1 \text{ ou } x = 5, \\ f(x) > 0 & \text{sur }]-1\,;5[. \end{array}}$$

6. **Position relative de $\mathcal{C}_f$ et de $\mathcal{D}$**

   La droite $\mathcal{D}$ a pour équation $y = 2x + 5$.

   Étudions le signe de la différence :

   $$f(x) - (2x+5) = -x^2 + 4x + 5 - 2x - 5.$$

   Ainsi :

   $$f(x) - (2x+5) = -x^2 + 2x = x(2-x).$$

   Les points d'intersection vérifient :

   $$x(2-x) = 0 \iff x = 0 \quad \text{ou} \quad x = 2.$$

   Pour $x = 0$, $y = 5$. Pour $x = 2$, $y = 9$.

   Les points d'intersection sont donc :

$$\boxed{A(0\,;5) \quad \text{et} \quad B(2\,;9)}$$

   Étudions le signe de $x(2-x)$:

x	$-\infty$	0		2	$+\infty$
x	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$2-x$	$+$	$+$	$+$	0	$-$
$x(2-x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

   Par conséquent :

$$\boxed{\begin{array}{ll} \mathcal{C}_f \text{ est en dessous de } \mathcal{D} & \text{sur }]-\infty\,;0[\cup]2\,;+\infty[, \\ \mathcal{C}_f \text{ est au-dessus de } \mathcal{D} & \text{sur }]0\,;2[. \end{array}}$$

Exercice 3 : Équations et inéquations

1. **Résolution de $2x^2 = 9x$**

   On regroupe tous les termes dans le même membre :

   $$2x^2 - 9x = 0.$$

On factorise :

$$x(2x-9)=0.$$

Un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul :

$$x=0 \quad \text{ou} \quad 2x-9=0.$$

Ainsi :

$$\boxed{S=\left\{0\,;\frac{9}{2}\right\}}$$

2. **Résolution de l'inéquation rationnelle**

On souhaite résoudre :

$$\frac{x^2-2x-8}{x+3}\leq 0.$$

Le dénominateur doit être non nul :

$$x+3\neq 0 \iff x\neq -3.$$

Factorisons le numérateur :

$$x^2-2x-8=(x-4)(x+2).$$

L'inéquation devient :

$$\frac{(x-4)(x+2)}{x+3}\leq 0.$$

Les valeurs critiques sont -3, -2 et 4.

Étudions le signe de chaque facteur :

x	$-\infty$ $+\infty$	-3		-2		4	
$x+3$	$-$	0	$+$	$+$	$+$	$+$	
$x+2$	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	
$x-4$	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$\dfrac{(x-4)(x+2)}{x+3}$	$-$	ND	$+$	0	$-$	0	$+$

La fraction est négative ou nulle sur :

$$]-\infty\,;-3[\quad \text{et} \quad [-2\,;4].$$

Attention : $x=-3$ est interdit car le dénominateur s'annule.

L'ensemble des solutions est donc :

$$\boxed{S=]-\infty\,;-3[\cup[-2\,;4]}$$

3. **Résolution de $x^4-13x^2+36=0$**

Posons :

$$X=x^2.$$

L'équation devient :

$$X^2-13X+36=0.$$

Calculons le discriminant :

$$\Delta=(-13)^2-4\times 1\times 36=169-144=25.$$

Les deux solutions sont :

$$X_1 = \frac{13-5}{2} = 4, \qquad X_2 = \frac{13+5}{2} = 9.$$

Puisque $X = x^2$, on obtient :

$$x^2 = 4 \quad \text{ou} \quad x^2 = 9.$$

Donc :

$$x = -2, \quad x = 2, \quad x = -3, \quad x = 3.$$

L'ensemble des solutions est :

$$\boxed{S = \{-3\,;-2\,;2\,;3\}}$$

Exercice 4 : Équation à paramètre

On considère l'équation :

$$(E_m) : \quad x^2 + 8x + m = 0, \qquad m \in \mathbb{R}.$$

1. **Expression du discriminant**
   Pour l'équation $ax^2 + bx + c = 0$, le discriminant est :

   $$\Delta = b^2 - 4ac.$$

   Ici, $a = 1$, $b = 8$ et $c = m$. Ainsi :

   $$\Delta = 8^2 - 4 \times 1 \times m.$$

   Donc :

   $$\boxed{\Delta = 64 - 4m = 4(16 - m)}$$

2. **Nombre de solutions réelles selon** m
   Le nombre de solutions réelles dépend du signe du discriminant.
   Premier cas : $m < 16$
   On a :

   $$16 - m > 0 \implies \Delta > 0.$$

   L'équation possède deux solutions réelles distinctes :

   $$x_1 = \frac{-8 - \sqrt{64 - 4m}}{2}, \qquad x_2 = \frac{-8 + \sqrt{64 - 4m}}{2}.$$

   En simplifiant :

   $$\boxed{x_1 = -4 - \sqrt{16 - m}, \qquad x_2 = -4 + \sqrt{16 - m}}$$

   Deuxième cas : $m = 16$
   On a :

   $$\Delta = 0.$$

   L'équation possède une unique solution réelle double :

   $$x_0 = -\frac{8}{2} = -4.$$

Donc :

$$\boxed{x_0 = -4}$$

Troisième cas : $m > 16$

On a :

$$16 - m < 0 \implies \Delta < 0.$$

L'équation ne possède aucune solution réelle.

$$\boxed{S = \varnothing}$$

Conclusion

Valeur de m	Nombre de solutions réelles
$m < 16$	2 solutions distinctes
$m = 16$	1 solution double
$m > 16$	0 solution réelle

Fin du corrigé