LYCÉE FRANÇAIS INTERNATIONAL
LOUIS-MASSIGNON

Série 2 : Dénombrement
Terminale

octobre 2026

Exercice 1 – Principe multiplicatif

Une tenue est composée :

— d'un pantalon choisi parmi 4 pantalons ;

— d'une chemise choisie parmi 5 chemises ;

— d'une paire de chaussures choisie parmi 3 paires.

1. Combien de tenues différentes peut-on former ?
2. Si une tenue doit obligatoirement comporter une chemise blanche parmi les 2 chemises blanches disponibles, combien de tenues peut-on former ?

Exercice 2 – Codes

Un code est constitué de 4 chiffres distincts choisis parmi les chiffres $0, 1, 2, \ldots, 9$.

1. Combien de codes peut-on former ?
2. Combien de codes commencent par le chiffre 7 ?
3. Combien de codes contiennent le chiffre 0 ?

Exercice 3 – Avec répétition

On considère les mots de 5 lettres construits avec les lettres A, B, C et D. Les lettres peuvent être répétées.

1. Combien de mots peut-on former ?
2. Combien de mots commencent par A ?
3. Combien de mots contiennent uniquement les lettres A et B ?
4. Combien de mots contiennent au moins une fois la lettre C ?

Exercice 4 – Sans répétition

On dispose des 7 lettres distinctes :

$$A,\ B,\ C,\ D,\ E,\ F,\ G.$$

1. Combien de mots de 3 lettres peut-on former sans répétition ?
2. Combien de mots de 3 lettres commencent par A ?
3. Combien de mots de 3 lettres contiennent la lettre A ?

Exercice 5 – Arrangements

Une classe comporte 12 élèves.
On souhaite choisir un président, un vice-président et un secrétaire.

1. Combien de bureaux différents peut-on constituer ?
2. Combien de bureaux peut-on constituer si Alice doit être présidente ?
3. Combien de bureaux peut-on constituer si Alice et Bob ne peuvent pas appartenir simultanément au bureau ?

Exercice 6 – Combinaisons

Une association compte 15 membres.

1. Combien de groupes de 4 personnes peut-on former ?
2. Combien de groupes de 4 personnes contiennent Alice ?
3. Combien de groupes de 4 personnes contiennent Alice et Bob ?
4. Combien de groupes de 4 personnes ne contiennent ni Alice ni Bob ?

Exercice 7 – Choix d'une équipe

Une classe comporte 10 filles et 8 garçons. On souhaite constituer une équipe de 5 élèves.

1. Combien d'équipes différentes peut-on former ?
2. Combien d'équipes comportent exactement 3 filles ?
3. Combien d'équipes comportent au moins une fille ?
4. Combien d'équipes comportent au moins 3 garçons ?

Exercice 8 – Placement en ligne

Six élèves A, B, C, D, E et F doivent s'asseoir sur une même rangée.

1. De combien de façons peuvent-ils s'asseoir ?
2. De combien de façons peuvent-ils s'asseoir si A et B doivent être côte à côte ?
3. De combien de façons peuvent-ils s'asseoir si A et B ne doivent pas être côte à côte ?

Exercice 9 – Anagrammes

On considère le mot

MATHS.

1. Combien d'anagrammes peut-on former avec les lettres de ce mot ?
2. Combien d'anagrammes commencent par une voyelle ?
3. Combien d'anagrammes placent les lettres M et S côte à côte ?

Exercice 10 – Anagrammes avec répétitions

On considère le mot

BANANE.

1. Combien d'anagrammes distinctes peut-on former avec les lettres de ce mot ?
2. Combien d'anagrammes commencent par la lettre B ?
3. Combien d'anagrammes commencent et finissent par une voyelle ?

Exercice 11 – Problème de dénombrement

Un mot de passe est constitué de 6 caractères. Chaque caractère peut être une lettre majuscule parmi les 26 lettres de l'alphabet ou un chiffre parmi $0, 1, \ldots, 9$.

1. Combien de mots de passe peut-on former si les répétitions sont autorisées ?
2. Combien de mots de passe sont constitués uniquement de chiffres ?
3. Combien de mots de passe contiennent au moins une lettre ?
4. Combien de mots de passe commencent par une lettre et finissent par un chiffre ?

Exercice 12 – Défi

Une urne contient 5 boules rouges, 4 boules bleues et 3 boules vertes. On tire simultanément 4 boules.

1. Combien de tirages différents peut-on obtenir ?
2. Combien de tirages comportent exactement 2 boules rouges ?
3. Combien de tirages comportent au moins une boule rouge ?
4. Combien de tirages comportent exactement une boule de chaque couleur ?

Exercice 13 – Synthèse

Dans un lycée, 20 élèves souhaitent participer à un concours. Parmi eux, 12 sont des filles et 8 sont des garçons.

On doit choisir un groupe de 6 élèves et désigner ensuite un capitaine parmi les élèves choisis.

1. Combien de groupes de 6 élèves peut-on former ?
2. Combien de groupes comportent exactement 4 filles ?
3. Pour un groupe quelconque, combien de choix possibles existe-t-il pour le capitaine ?
4. Combien de groupes de 6 élèves avec capitaine peut-on former ?
5. Combien de groupes avec capitaine comportent exactement 4 filles ?

Exercice 14 – Problème bilan

On dispose des chiffres

$$0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.$$

On souhaite former des nombres entiers de 5 chiffres, sans répétition.

1. Combien de nombres peut-on former ?
2. Combien sont pairs ?
3. Combien sont divisibles par 5 ?
4. Combien sont supérieurs à 70 000 ?
5. Combien contiennent exactement deux chiffres pairs ?

Formulaire

Pour $n \in \mathbb{N}$ et $0 \leq p \leq n$:

$$n! = n(n-1)(n-2)\cdots 2 \times 1$$

$$\binom{n}{p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

Le nombre de façons de choisir et d'ordonner p éléments parmi n est :

$$A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}.$$

Lorsque l'ordre n'intervient pas, on utilise les combinaisons :

$$\boxed{\binom{n}{p}}$$

Lorsque l'ordre intervient, on utilise les arrangements :

$$\boxed{A_n^p}.$$

‘

Corrigé : Dénombrement

Niveau : Terminale

Exercice 1 – Principe multiplicatif

1. Pour chaque pantalon, on peut choisir 5 chemises puis 3 paires de chaussures.
   D'après le principe multiplicatif :

$$4 \times 5 \times 3 = 60.$$

$$\boxed{60 \text{ tenues}}$$

2. Il y a 2 chemises blanches. Le nombre de choix est donc :

$$4 \times 2 \times 3 = 24.$$

$$\boxed{24 \text{ tenues}}$$

Exercice 2 – Codes

Les chiffres sont distincts.

1. Pour le premier chiffre, on a 10 choix, puis 9, puis 8, puis 7 choix.
   Ainsi :

$$10 \times 9 \times 8 \times 7 = 5040.$$

$$\boxed{5040}$$

2. Si le premier chiffre est fixé à 7, il reste 9 choix pour le deuxième chiffre, puis 8 et 7 :

$$9 \times 8 \times 7 = 504.$$

$$\boxed{504}$$

3. Comptons par complément.
   Nombre total de codes :

$$10 \times 9 \times 8 \times 7 = 5040.$$

   Nombre de codes ne contenant pas 0 :

$$9 \times 8 \times 7 \times 6 = 3024.$$

   Donc :

$$5040 - 3024 = 2016.$$

$$\boxed{2016}$$

Exercice 3 – Avec répétition

Il y a 4 lettres disponibles et les répétitions sont autorisées.

1. Pour chacune des 5 positions, on a 4 choix :

$$4^5 = 1024.$$

$$\boxed{1024}$$

2. Le premier caractère est imposé : A.
   Il reste 4 positions, chacune offrant 4 possibilités :

$$4^4 = 256.$$

$$\boxed{256}$$

3. Si seules les lettres A et B sont utilisées :

$$2^5 = 32.$$

$$\boxed{32}$$

4. Comptons par complément.
   Nombre total :

$$4^5 = 1024.$$

   Nombre de mots ne contenant pas C :

$$3^5 = 243.$$

   Donc :

$$1024 - 243 = 781.$$

$$\boxed{781}$$

Exercice 4 – Sans répétition

On dispose de 7 lettres distinctes.

1. Pour la première lettre : 7 choix.
   Pour la deuxième : 6 choix.
   Pour la troisième : 5 choix.
   Ainsi :

$$7 \times 6 \times 5 = 210.$$

$$\boxed{210}$$

2. La première lettre est fixée à A.
   Il reste :
   $$6 \times 5 = 30.$$
   $$\boxed{30}$$
3. Comptons les mots contenant A.
   On peut choisir la position de A de 3 façons.
   Les deux autres positions sont remplies de :
   $$6 \times 5$$
   façons.
   Ainsi :
   $$3 \times 6 \times 5 = 90.$$
   $$\boxed{90}$$

Exercice 5 – Arrangements

Les trois fonctions sont différentes : président, vice-président et secrétaire.

1. On choisit successivement les trois personnes :
   $$12 \times 11 \times 10 = 1320.$$
   Ou encore :
   $$A_{12}^3 = \frac{12!}{9!} = 1320.$$
   $$\boxed{1320}$$
2. Alice est obligatoirement présidente.
   Il reste 11 choix pour le vice-président puis 10 choix pour le secrétaire :
   $$11 \times 10 = 110.$$
   $$\boxed{110}$$
3. Commençons par compter tous les bureaux :
   $$1320.$$
   Les bureaux contenant simultanément Alice et Bob sont obtenus en choisissant leur place parmi les trois fonctions, puis en plaçant les deux personnes :
   $$3 \times 2 \times 10 = 60.$$
   Donc :
   $$1320 - 60 = 1260.$$
   $$\boxed{1260}$$

Exercice 6 – Combinaisons

L'ordre des personnes dans un groupe n'intervient pas.

1. $$\binom{15}{4} = \frac{15!}{4!11!} = 1365.$$

   $$\boxed{1365}$$

2. Alice est imposée. Il faut choisir les 3 autres membres parmi les 14 personnes restantes :

   $$\binom{14}{3} = 364.$$

   $$\boxed{364}$$

3. Alice et Bob sont imposés. Il faut choisir 2 personnes parmi les 13 restantes :

   $$\binom{13}{2} = 78.$$

   $$\boxed{78}$$

4. Alice et Bob ne doivent pas être choisis.
   Il reste donc 13 personnes parmi lesquelles on choisit 4 :

   $$\binom{13}{4} = 715.$$

   $$\boxed{715}$$

Exercice 7 – Choix d'une équipe

Il y a 10 filles et 8 garçons, soit 18 élèves.

1. On choisit 5 élèves parmi 18 :

   $$\binom{18}{5} = 8568.$$

   $$\boxed{8568}$$

2. Une équipe avec exactement 3 filles contient 3 filles et 2 garçons :

   $$\binom{10}{3}\binom{8}{2}.$$

   Donc :

   $$120 \times 28 = 3360.$$

   $$\boxed{3360}$$

3. Comptons par complément.
   Nombre total :
   $$\binom{18}{5} = 8568.$$
   Nombre d'équipes sans fille :
   $$\binom{8}{5} = 56.$$
   Donc :
   $$8568 - 56 = 8512.$$
   $$\boxed{8512}$$

4. Il faut avoir au moins 3 garçons.
   On distingue les cas :
   $$\binom{8}{3}\binom{10}{2} + \binom{8}{4}\binom{10}{1} + \binom{8}{5}.$$
   Ainsi :
   $$56 \times 45 + 70 \times 10 + 56$$
   $$= 2520 + 700 + 56 = 3276.$$
   $$\boxed{3276}$$

Exercice 8 – Placement en ligne

1. Les 6 élèves sont distincts et sont placés sur une rangée :
   $$6! = 720.$$
   $$\boxed{720}$$

2. On considère A et B comme un seul bloc.
   On doit donc placer 5 objets : $(AB), C, D, E, F$.
   Cela donne :
   $$5!$$
   possibilités.
   À l'intérieur du bloc, A et B peuvent être placés dans deux ordres :
   $$2 \times 5! = 240.$$

‘‘‘