SÉRIE D'EXERCICES : TRIGONOMÉTRIE

octobre 2026

Consignes : Les résultats doivent être justifiés. Les valeurs exactes seront données sous forme simplifiée, sans calculatrice lorsque cela est possible.

Exercice 1 – Mesures d'angles et radians

1. Convertir en radians les angles suivants :

$$30°, \quad 45°, \quad 120°, \quad 225°, \quad 315°.$$

2. Convertir en degrés les angles suivants :

$$\frac{\pi}{6}, \quad \frac{5\pi}{4}, \quad \frac{7\pi}{3}, \quad -\frac{2\pi}{3}.$$

3. Déterminer la mesure principale dans $]-\pi\,;\pi]$ des angles suivants :

$$\frac{17\pi}{6}, \quad -\frac{11\pi}{4}, \quad \frac{13\pi}{3}, \quad -\frac{7\pi}{6}.$$

Exercice 2 – Valeurs remarquables

Calculer exactement, sans calculatrice :

1. $A = \cos\dfrac{\pi}{3} + \sin\dfrac{\pi}{6}$.
2. $B = 2\cos\dfrac{\pi}{4} - \sqrt{2}\sin\dfrac{\pi}{4}$.
3. $C = \sin\dfrac{2\pi}{3} + \cos\dfrac{5\pi}{6}$.
4. $D = \cos\dfrac{7\pi}{6}\sin\dfrac{\pi}{3}$.
5. $E = 2\sin^2\dfrac{\pi}{3} - \cos^2\dfrac{\pi}{4}$.

Exercice 3 – Cercle trigonométrique

1. Placer sur le cercle trigonométrique les points associés aux angles :

$$\frac{\pi}{6}, \quad \frac{2\pi}{3}, \quad -\frac{3\pi}{4}, \quad \frac{5\pi}{3}.$$

2. Déterminer le signe de $\sin x$ et de $\cos x$ lorsque :
   a) $x \in \left]0\,;\frac{\pi}{2}\right[$;
   b) $x \in \left]\frac{\pi}{2}\,;\pi\right[$;
   c) $x \in \left]\pi\,;\frac{3\pi}{2}\right[$;
   d) $x \in \left]\frac{3\pi}{2}\,;2\pi\right[$.
3. Déterminer les valeurs exactes de $\sin x$ et $\cos x$ pour chacun des angles de la question 1.

Exercice 4 – Formules de trigonométrie

1. Sachant que $\cos x = \dfrac{3}{5}$ et que $x \in \left]0\,;\dfrac{\pi}{2}\right[$, déterminer $\sin x$.
2. Sachant que $\sin x = -\dfrac{5}{13}$ et que $x \in \left]\pi\,;\dfrac{3\pi}{2}\right[$, déterminer $\cos x$.
3. Simplifier les expressions suivantes :

$$A(x) = \sin^2 x + \cos^2 x,$$

$$B(x) = (1-\cos x)(1+\cos x),$$

$$C(x) = \frac{1-\cos^2 x}{\sin x}, \qquad \sin x \neq 0.$$

4. Démontrer que, pour tout réel x,

$$\frac{1-\cos(2x)}{2} = \sin^2 x.$$

5. Démontrer que, pour tout réel x,

$$\cos^4 x - \sin^4 x = \cos(2x).$$

Exercice 5 – Équations trigonométriques

Résoudre dans l'intervalle indiqué :

1. $\cos x = \dfrac{1}{2}$, pour $x \in [0\,;2\pi]$.
2. $\sin x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$, pour $x \in [0\,;2\pi]$.
3. $\cos x = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$, pour $x \in [0\,;2\pi]$.
4. $\sin x = -\dfrac{1}{2}$, pour $x \in [-\pi\,;\pi]$.
5. $2\cos x - 1 = 0$, pour $x \in]-\pi\,;\pi]$.
6. $2\sin x + \sqrt{3} = 0$, pour $x \in [0\,;2\pi]$.

Exercice 6 – Équations trigonométriques difficiles

Résoudre dans $[0\,;2\pi]$:

1. $2\cos^2 x - 1 = 0$.
2. $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$.
3. $\sin(2x) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.
4. $\cos(2x) = \cos x$.
5. $\sin x = \cos x$.
6. $\sin^2 x = \dfrac{1}{4}$.

On justifiera les solutions à l'aide du cercle trigonométrique et on vérifiera qu'elles appartiennent à l'intervalle demandé.

Exercice 7 – Étude d'une fonction trigonométrique

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 2\cos x - 1.$$

1. Déterminer le maximum et le minimum de f.
2. Déterminer une période de f.
3. Résoudre dans $[0\,;2\pi]$ l'équation $f(x) = 0$.
4. Résoudre dans $[0\,;2\pi]$ l'inéquation $f(x) \geq 0$.
5. Dresser le tableau de variations de f sur $[0\,;2\pi]$.
6. Tracer la courbe représentative de f sur cet intervalle.

Exercice 8 – Exercice de synthèse

On considère l'expression :

$$P(x) = 2\cos^2 x + 3\sin x - 2.$$

1. En utilisant l'identité $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$, montrer que :

$$P(x) = -2\sin^2 x + 3\sin x.$$

2. Factoriser $P(x)$.
3. Résoudre dans $[0\,;2\pi]$ l'équation $P(x) = 0$.
4. Résoudre dans $[0\,;2\pi]$ l'équation :

$$2\cos^2 x + 3\sin x - 2 = 1.$$

5. Déterminer les réels $x \in [0\,;2\pi]$ tels que $P(x) > 0$.

Exercice 9 – Défi : équation trigonométrique

Résoudre dans $[0\,;2\pi]$:

$$\cos(2x) + \cos x = 0.$$

1. Utiliser la formule :

$$\cos(2x) = 2\cos^2 x - 1.$$

2. Poser $X = \cos x$ et obtenir une équation du second degré.
3. Résoudre cette équation et revenir à l'inconnue x.
4. Donner l'ensemble des solutions sous forme exacte.